

弾性率（ヤング率）

〔 使用器具 〕

弾性率の測定装置、レーザー光による変位測定装置、ノギス、
試料棒（鋼鉄、銅、しんちゅう）。

〔 測定方法 〕

- (1) 装置両端にある二本の支柱上に試料棒を水平に乗せて置き、その中点に吊り金具で荷重をかけて試料を微小に湾曲変形させ、その変形の度合（たわみ）を測定する。
- (2) 試料棒の変形の度合は微小であるため、レーザー光による変位測定装置を用いて測定する。これらの装置は、すべて設定済みであるから、不用意に手を触れないこと。
レーザー光の発生装置と試料棒の距離は 3 cm から 5 cm の範囲内でなければならない。（レーザー装置のランプが点滅しているときは、測定不能の範囲である。）
レーザー光が吊り金具に当たると乱反射して測定不能となるので、吊り金具の位置を光源ビーム位置から僅かにずらす必要がある。
- (3) 最初は、試料棒に荷重を全くかけていないときのレーザー装置の表示値を読み取り、この値を y_0 とする。このとき分銅の個数は 0 個である。
すなわち y_0 は試料棒が湾曲変形していないときの最初の基準の値となる。
表示値自体は相対的なものであり物理的意味はないが、基準の値 y_0 からの差は直接に変位の値を示している。
- (4) 試料棒に荷重をかけるために分銅を 1 個ずつ吊り金具に静かに乗せていき、その表示値 y_1, y_2, \dots, y_5 を読み取っていく。分銅 1 個の質量は 200 g である。ただし y の添字 1, 2, \dots , 5 は乗せている分銅の個数を示す。（装置に振動を与えないように注意しながら実験を行うこと。）
全部の分銅を乗せたならば、それを逆に 1 個ずつ静かに減らして同様に表示値 y'_5, y'_4, \dots, y'_1 の順に読み取る。
- (5) 試料棒の厚さ a , 幅 b をノギスで測定する。
- (6) 試料棒の湾曲変形（たわみ）の度合 h_n は次式によって与えられる。
$$h_n = y_n - y_0 \quad (\text{ただし 添字 } n \text{ は分銅の個数 } n = 0, 1, 2, 3, 4, 5)$$

この値 h_n は、荷重とたわみの関係を表すグラフを描く際に用いる。
- (7) 他の異なる材質の試料棒についても同様にして測定する。
- (8) 実験終了後は、装置器具を元の配置に戻し整理整頓しておくこと。

ノート記入例

[測定値]

弾性率測定装置の支柱間距離 $L = 40.0$ cm (既知の値として用いる。)

試料名 ; 鋼鉄

試料棒の厚さ $a = 0.4463$ cm (各自測定)

試料棒の幅 $b = 1.596$ cm (各自測定)

下表で分銅の質量 M 以外は各自測定 (分銅 1 個の質量は 200 g : 使用個数は 5 個まで)
表中において、記号に付した添え字 0, 1, 2, 3, 4, 5 は分銅の個数を示す。

分銅の質量 M	増重時の表示値	減重時の表示値	増減重の平均	600 g に対する変化 ΔY
0 g	$y_0 = 31.166$ mm	$y'_0 = 31.166$ mm	$Y_0 = 31.166$ mm	
200	$y_1 = 31.273$ ↓	$y'_1 = 31.273$ ↑	$Y_1 = 31.273$	
400	$y_2 = 31.382$ ↓	$y'_2 = 31.382$ ↑	$Y_2 = 31.382$	
600	$y_3 = 31.493$ ↓	$y'_3 = 31.493$ ↑	$Y_3 = 31.493$	$Y_3 - Y_0 = \mathbf{0.327}$
800	$y_4 = 31.603$ ↓	$y'_4 = 31.603$ ↑	$Y_4 = 31.603$	$Y_4 - Y_1 = \mathbf{0.330}$
1000	$y_5 = 31.711$	$y'_5 = 31.711$	$Y_5 = 31.711$	$Y_5 - Y_2 = \mathbf{0.329}$

$$\text{上表の三つの}\Delta Y\text{の平均} = \frac{0.327+0.330+0.329}{3} = \mathbf{0.329} \text{ mm}$$

(この ΔY の平均は、ヤング率 E の計算に用いる。)

(参考) 上表中のようにして ΔY を求める計算処方は、有効数字の桁落ちを防止するための手法の一例である。

材質の異なる他の試料についても同様にして測定する。

[計算]

ヤング率 E を求めるには、実習室コンピュータの計算ソフト「ヤング率.htm」を用いる。

ヤング率 E を電卓等を用いて手計算する場合には、下記の例に従って求めることになる。

ヤング率 E の公式 (単位に注意して計算すること。)

$$E = \frac{MgL^3}{4a^3b\Delta Y} \quad [\text{N/m}^2], \quad (g = 9.80 \text{ m/s}^2 : \text{標準重力加速度})$$

試料 : 鋼鉄

$$\begin{aligned} \text{公式の分子} &= MgL^3 = 600 \times 10^{-3} \text{ kg} \times 9.80 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \times (40.0 \times 10^{-2} \text{ m})^3 \\ &= \mathbf{3763.2} \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

(この分子の計算結果は既知の値から定まっているので、各自この結果を用いてよい。)

$$\begin{aligned} \text{公式の分母} &= 4a^3b\Delta Y = 4 \times (0.4463 \times 10^{-2} \text{ m})^3 \times 1.596 \times 10^{-2} \text{ m} \times \mathbf{0.329} \times 10^{-3} \text{ m} \\ &= 4 \times (0.4463)^3 \times 1.596 \times \mathbf{0.329} \times 10^{-6} \times 10^{-2} \times 10^{-3} \text{ m}^5 \\ &= 0.18671 \times 10^{-11} \text{ m}^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } E &= \frac{\mathbf{3763.2} \times 10^{-4}}{0.18671 \times 10^{-11}} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^4 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}^5} \right] = 20155.3 \times 10^{-4} \times 10^{11} \left[\frac{\text{kg} \cdot \text{s}^{-2}}{\text{m}} \right] \\ &= 2.01553 \times 10^4 \times 10^{-4} \times 10^{11} [\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}] = 2.02 \times 10^{11} [\text{N} \cdot \text{m}^{-2}] \end{aligned}$$

力の SI 単位は N(ニュートン) = $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ であり、ヤング率や応力の SI 単位は $\text{N} \cdot \text{m}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ である。

材質の異なる他の試料についても同様の方法で計算できる。

[グラフ]

横軸に荷重 M , 縦軸に試料のたわみ h_n ($n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$) として、方眼紙に M と h_n の関係のグラフを描く。[添え字 n は分銅の個数]

ただし たわみ $h_n = y_n - y_0$ である。

この実験で用いる金属試料の場合、加重と減重のグラフは概ね一致する。

したがって加重時のグラフを描けばよい。

各種の試料棒のグラフは、3 種類とも 1 枚の方眼紙に重ねて描画すると各種の試料についてのグラフの傾きが比較し易い。

たわみ h_n は、実習室コンピュータの計算ソフト「たわみ.htm」を用いて求められる。

グラフには各自の学生番号と氏名を記し、レポートとともに提出すること。

たわみ h_n を電卓を用いて手計算する場合は、下表の例を参照のこと。

試料 ; 鋼鉄

荷重 M とたわみ h_n の関係 (増重のとき)

荷重 M (g)	表示値の変化 $y_n - y_0$ (mm) = たわみ h_n (mm)
0	$y_0 - y_0 = 31.166 - 31.166 = 0$
200	$y_1 - y_0 = 31.273 - 31.166 = 0.107$
400	$y_2 - y_0 = 31.382 - 31.166 = 0.216$
600	$y_3 - y_0 = 31.493 - 31.166 = 0.327$
800	$y_4 - y_0 = 31.603 - 31.166 = 0.437$
1000	$y_5 - y_0 = 31.711 - 31.166 = 0.545$

材質の異なる他の試料についても同様である。